



Institut Supérieur d'Informatique de
Modélisation et de leurs Applications

24, Avenue des Landais
BP 10 125
63 173 AUBIERE cedex.

Rapport
Prévisions économiques
Filière 3 : " Systèmes d'Information et Aide à la
décision "

MINI PROJET

Présenté par : **Mathieu BRUNOT**

Responsable ISIMA : Gérard FLEURY

Date : 15/04/2012

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	<i>Origine :</i> Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 2 sur 18

<u>Titre du document :</u> Prévisions économiques Mini projet	<u>Type du document</u> Rapport
	<u>Date du document :</u> 15/04/2012
<u>Origine du document :</u> Mathieu BRUNOT / ISIMA	<u>Pagination :</u> 18 pages

Objet du document

Ce document présente la démarche et les résultats obtenus dans le cadre du mini projet de « *Prévisions économiques* ».

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	<i>Origine :</i> Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 3 sur 18

Sommaire

Objet du document.....	
Sommaire.....	
I.Présentation de l'étude.....	4
A.Données.....	4
B.Visualisation des données.....	6
II.Réalisations et résultats.....	7
A.Modèle affine.....	7
i.Réalisation.....	7
ii.Résultats.....	10
B.Processus SARIMA.....	11
i.Réalisation.....	11
a)Dérivée première : Y.....	12
b)Dérivée seconde : Z.....	14
c)Modèle de prévisions : X.....	17
ii.Résultats.....	18

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 4 sur 18

I. Présentation de l'étude

A. Données

Le fichier `r9.txt` contient un peu plus de 200 valeurs, commençant à 100.

Dans le cadre de l'étude, nous ne conserverons que les 200 premières valeurs : x_1, x_2, \dots, x_{200} .

Parmi les valeurs restantes, on conserve $x_{201}, x_{202}, \dots, x_{206}$ pour les prévisions futures.

Extrait des données de l'étude :

Données de l'étude	
n	x_n
1	100,0000
2	100,6053
3	98,8675
4	98,5644
5	98,7592
6	96,8379
7	96,8462
8	97,3048
9	95,4622
10	95,7010
11	96,1979
...	...
197	305,0113
198	302,7617
199	306,5679
200	307,7746

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 5 sur 18

Données « futures » :

Données futures	
n	X_n
201	306,1576
202	310,3222
203	311,5232
204	309,8076
205	313,8763
206	314,9017

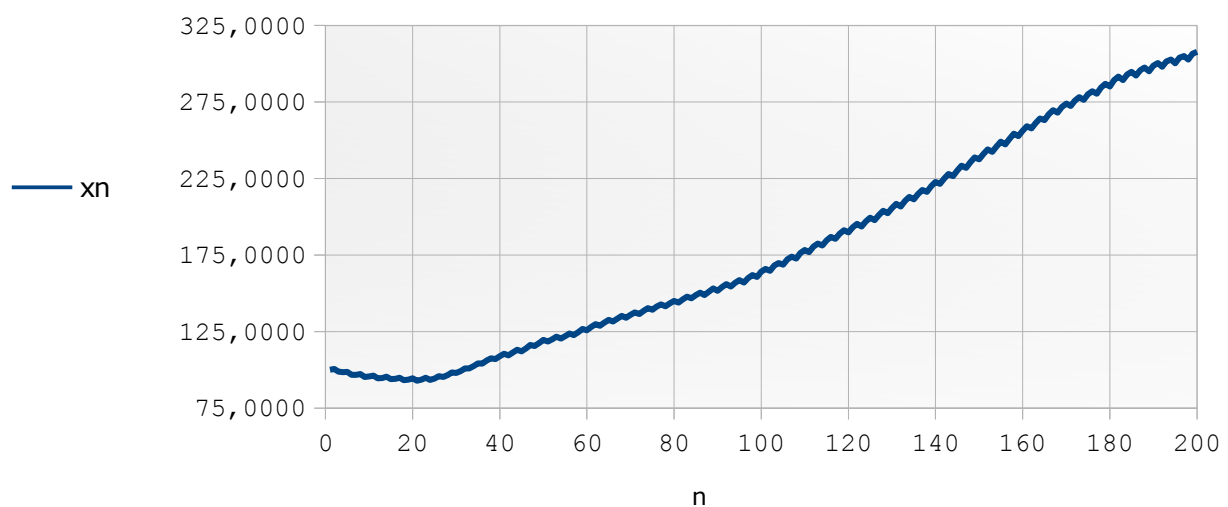
ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	<i>Origine :</i> Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 6 sur 18

B. Visualisation des données

Visualisation des données de l'étude :

Visualisation des données

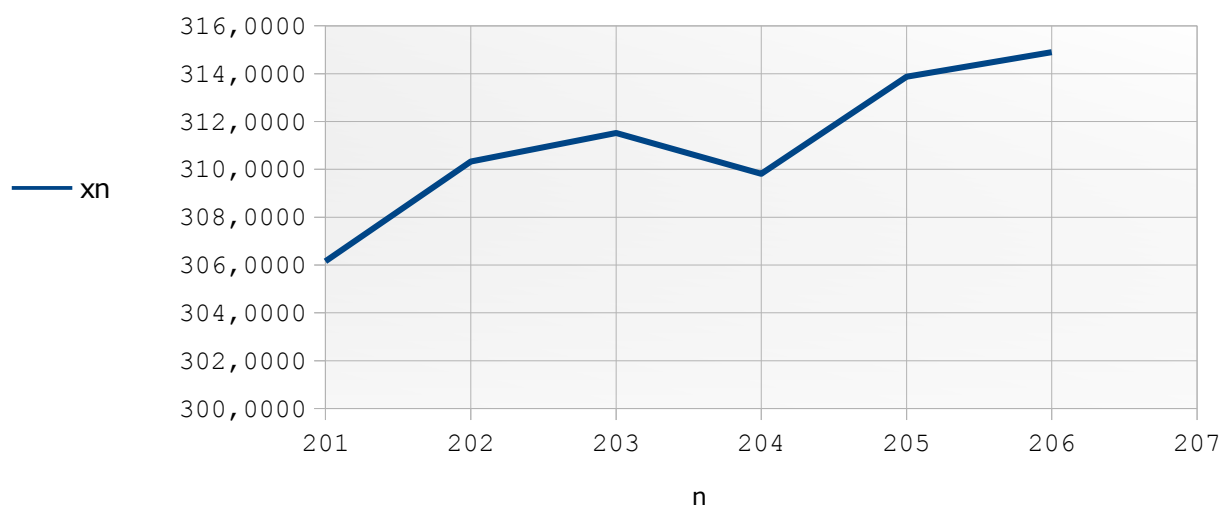
R9



Visualisation des données « futures » :

Visualisation des données futures

R9 (n > 200)



ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 7 sur 18

II. Réalisations et résultats

A. Modèle affine

i. Réalisation

On veut effectuer une prévision en utilisant le modèle $x_n = an + b + S_n + \varepsilon_n$ où (S_n) est une suite périodique et (ε_n) un bruit blanc.

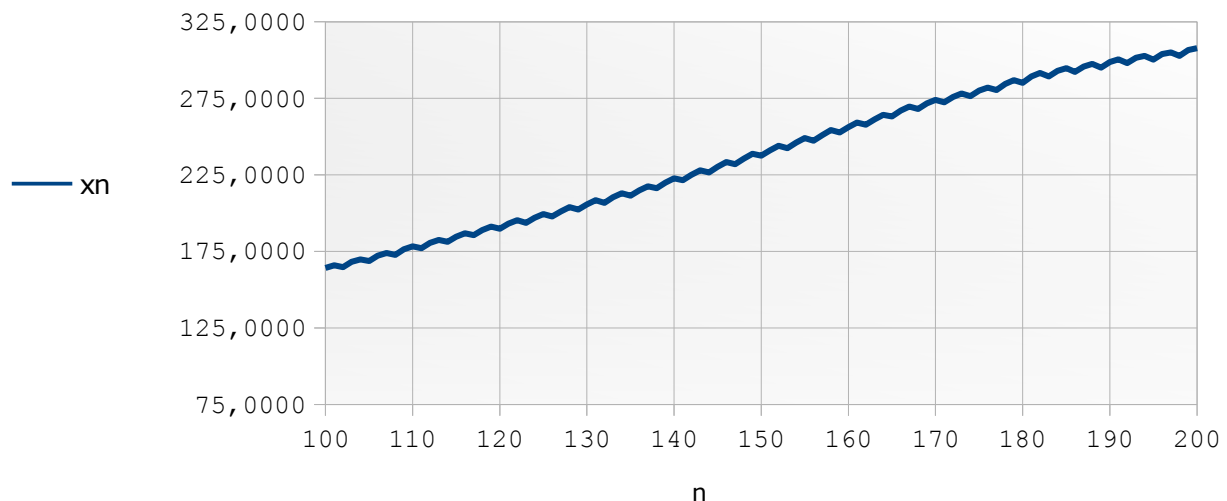
Pour cela, on ne conserve que les termes de rang supérieur ou égaux à une valeur choisie m . On ajuste a et b puis on détermine la période de S avant d'estimer S .

On ne conserve que les (x_n) pour $n \geq 100$ afin d'avoir une courbe suffisamment proche d'une droite.

Visualisation des données pour $n \geq 100$:

Visualisation des données

R9 ($100 \leq n \leq 200$)



ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 8 sur 18

On calcule ensuite a et b à partir des formules suivantes :

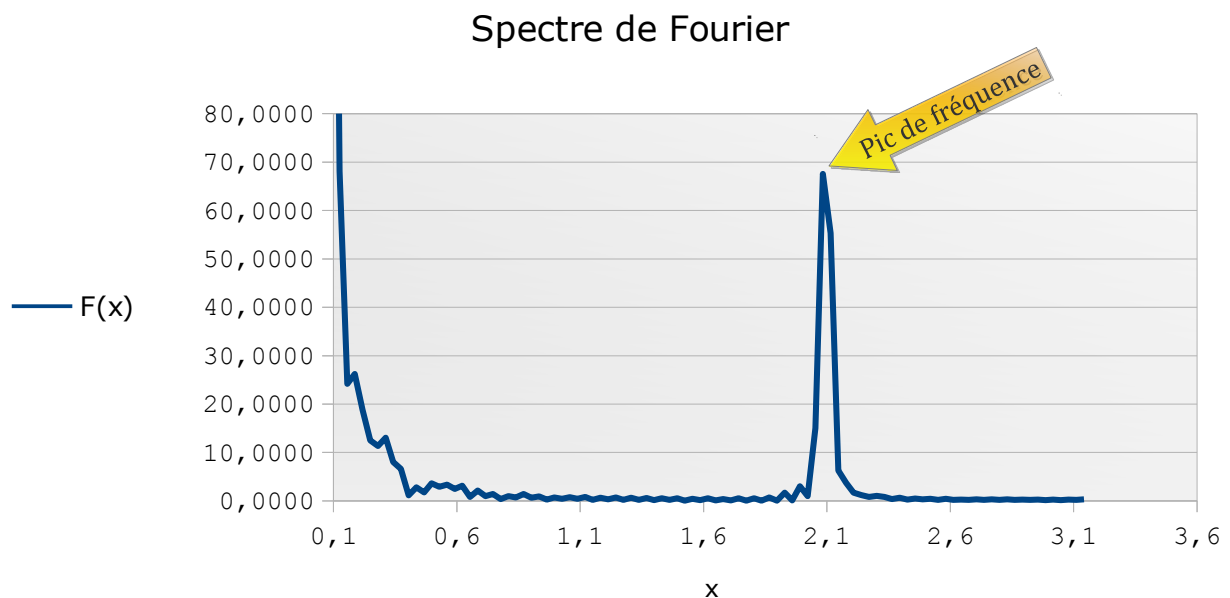
$$A = \frac{\text{covariance}(n, x_n)}{\text{variance}(n)}$$

$$B = \text{moyenne}(x_n) - A \times \text{moyenne}(n)$$

On calcule ensuite $X_n = an + b$ et la différence entre les données et X_n , que l'on notera Δ .

On passe ensuite cette différence dans la « *moulinette* » afin de récupérer le spectre de Fourier.

Spectre de Fourier :



L'analyse du spectre de Fourier permet de déterminer que le pic de fréquence apparaît aux alentours $x = 2,1$.

L'analyse de la transformée de Fourier nous donne $x = 2,08402680974752$. On en déduit alors la période à l'aide de la formule suivante :

$$2\pi \times (x \text{ du pic de fréquence}) = 3,0149253698$$

On a donc une période de 3.

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 9 sur 18

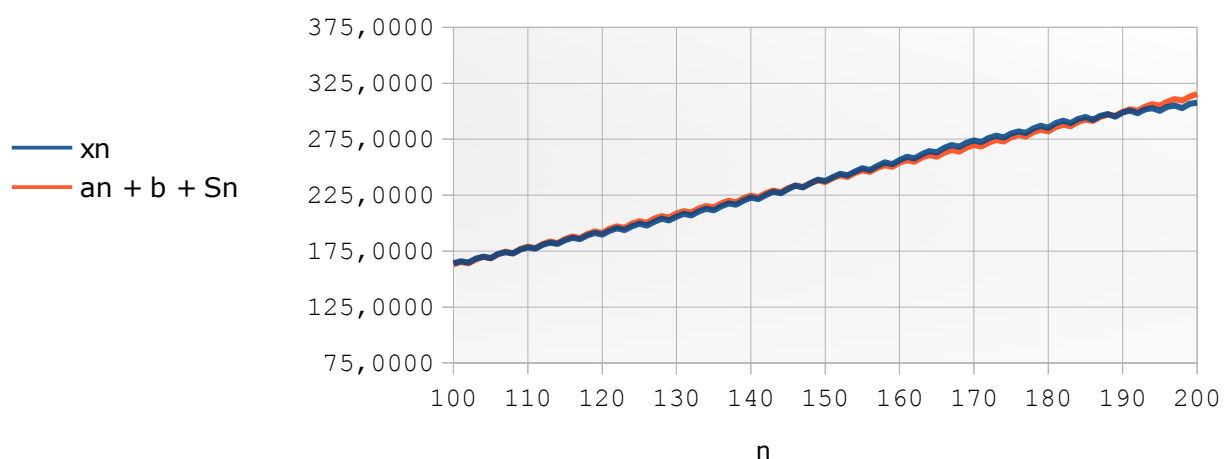
On utilise cette information pour calculer S_n : on calcule les moyennes de Δ de trois en trois et on utilise ces moyennes pour déterminer S_n .

À partir de toutes ces informations, on peut déterminer le modèle recherché, $x_n = an + b + S_n + \varepsilon_n$ avec ε_n à 0.

Visualisation des données et du modèle de prévisions :

Visualisation des données & du modèle de prévisions

R9



ii. Résultats

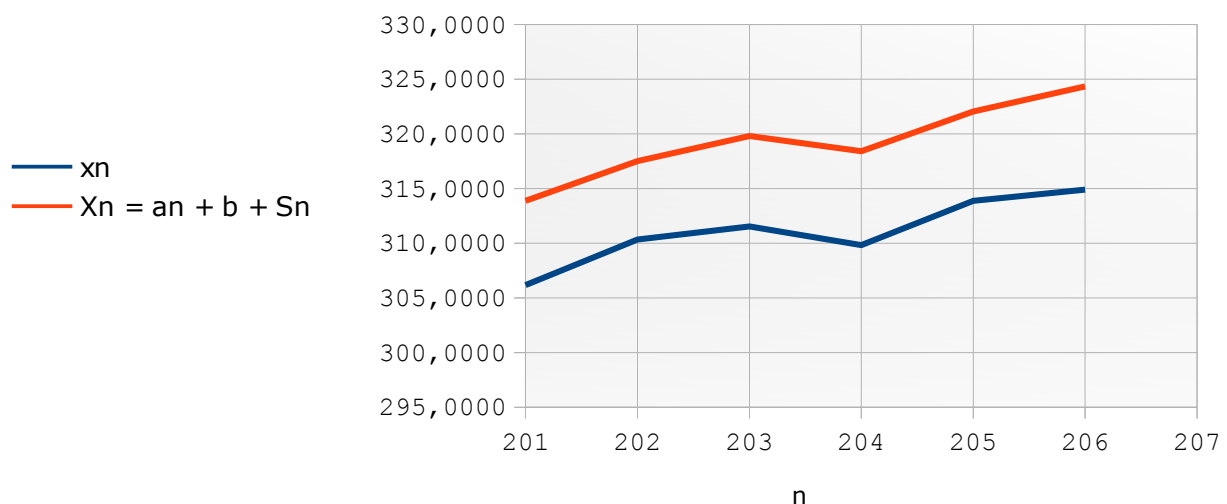
Données futures & prévisions				
n	x_n	$X_n = an + b + S_n$	$\Delta = x_n - X_n$	$100 \times \Delta / X_n$
201	306,1576	313,8674	-7,7098	2,5182
202	310,3222	317,5038	-7,1816	2,3142
203	311,5232	319,7967	-8,2735	2,6558
204	309,8076	318,4091	-8,6015	2,7764
205	313,8763	322,0455	-8,1692	2,6027
206	314,9017	324,3384	-9,4367	2,9967

Ce modèle a donc une erreur d'environ 2,65%.

Visualisation des données « futures » et du modèle de prévisions :

Visualisation des données futures et des prévisions du modèle

R9 ($n > 200$)



ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 11 sur 18

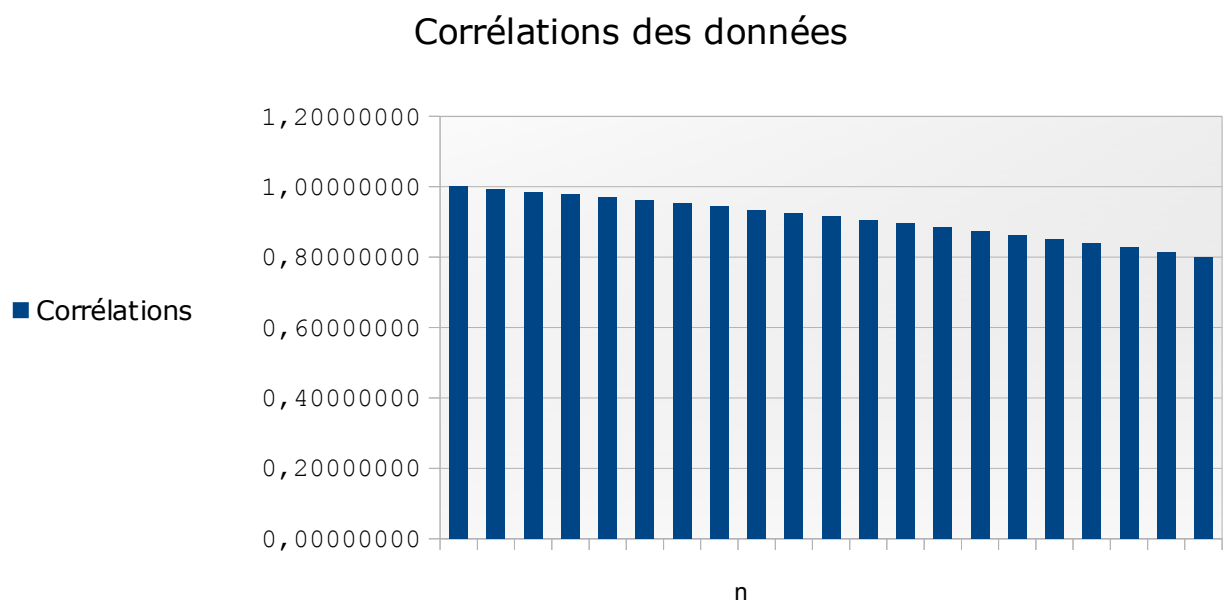
B. Processus SARIMA

i. Réalisation

On veut estimer une prévision par un processus SARIMA que l'on notera X .

Pour cela, on commence par étudier les corrélations des données (obtenues via la « moulinette »).

Visualisation des auto-corrélations des données :



La « *forme* » des corrélations nous indique que nous ne pouvons tirer aucune informations directement depuis les données car celles-ci ne suivent pas un processus stationnaire.

On va donc dériver ces données pour obtenir plus d'informations qui permettront de créer un modèle de prévisions de type *SARIMA*.

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 12 sur 18

a) Dérivée première : Y

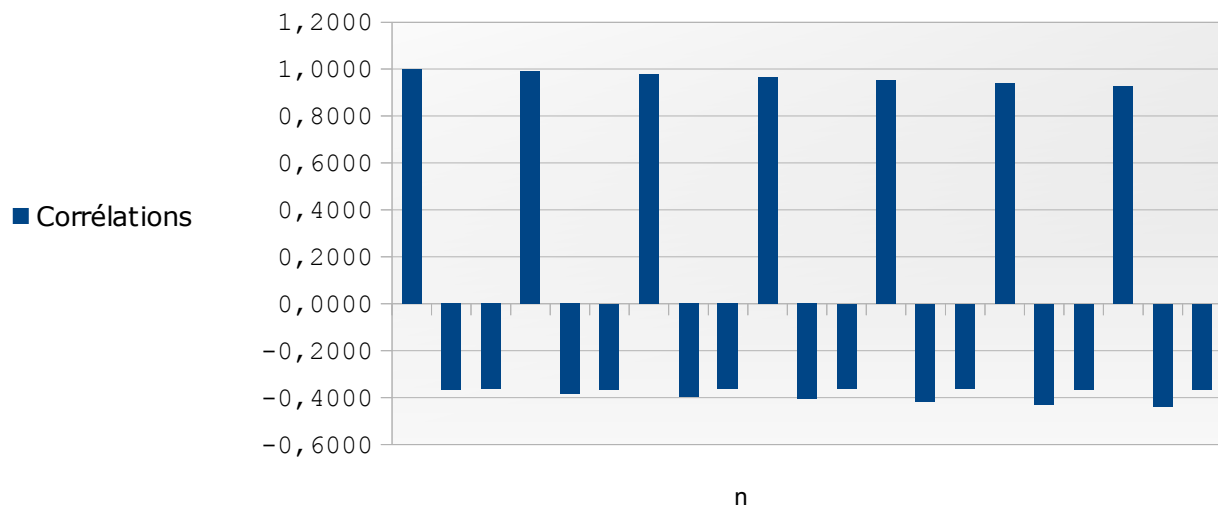
On obtient le processus Y_n , dérivé des données x_n , à l'aide de la formule suivante :

$$Y_n = (1 - L^1)x_n = x_n - x_{(n-1)}$$

On passe les valeurs de Y_n dans la *moulinette* afin de récupérer les corrélations et le spectre de Fourier.

Visualisation des corrélations de Y_n :

Corrélations de Y

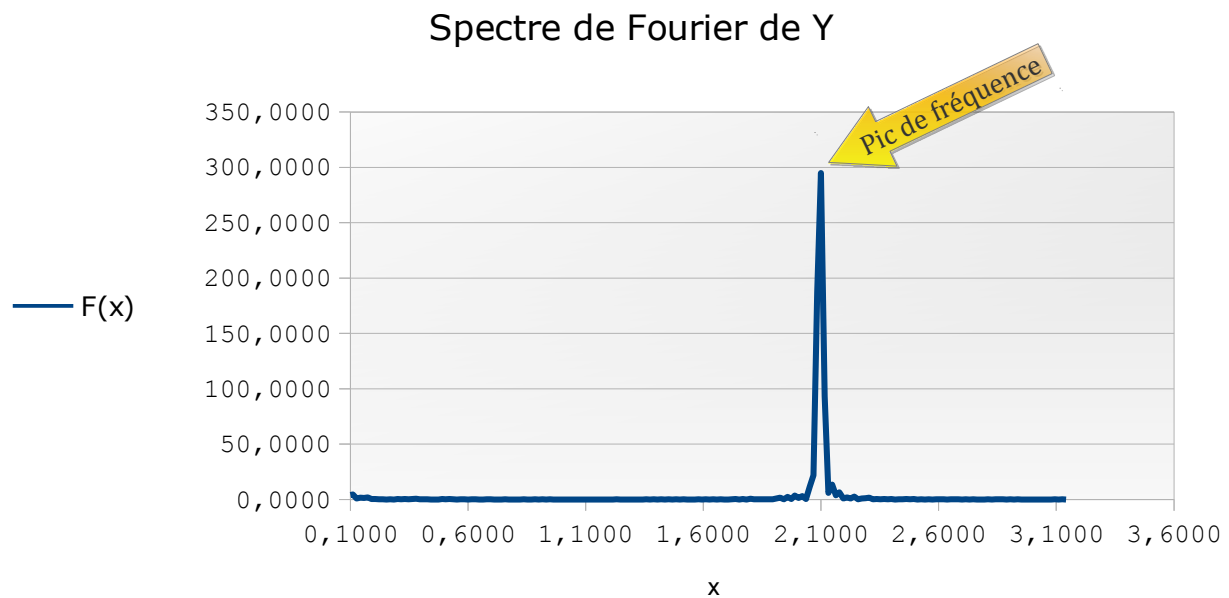


Les corrélations ne présentent pas un comportement reconnaissable. Nous ne pouvons donc utiliser directement Y_n pour créer le modèle de prévisions. Cependant, les corrélations semblent indiquer un processus périodique.

On utilise le spectre de Fourier afin de confirmer la période de Y_n et dériver Y_n .

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 13 sur 18

Visualisation du spectre de Fourier de Y_n :



De la même manière que pour le précédent modèle, on trouve que Y_n a une période 3, ce qui rejoint bien ce que l'on a pu observer dans le graphique des auto-corrélations.

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 14 sur 18

b) Dérivée seconde : Z

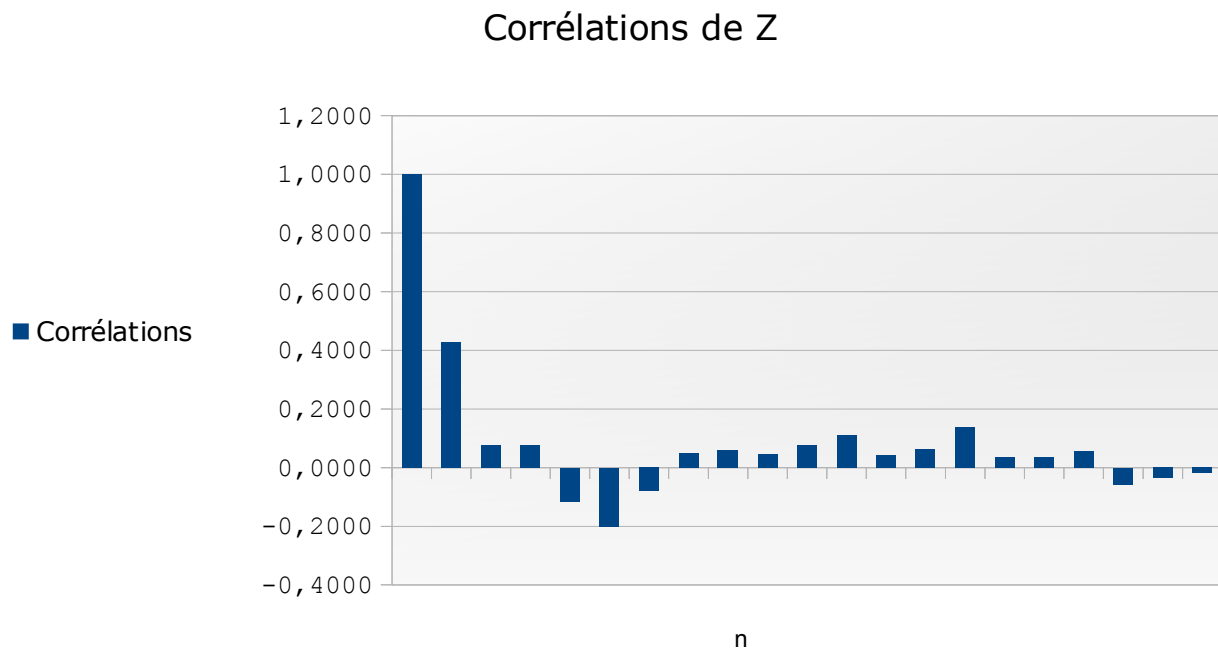
Grâce aux informations récupérées sur Y_n , on obtient Z_n en dérivant Y_n selon la formule suivante :

$$Z_n = (1 - L^T) Y_n = Y_n - Y_{(n-T)}$$

Avec T la période de Y_n , c'est-à-dire 3, on obtient :

$$Z_n = Y_n - Y_{(n-3)}$$

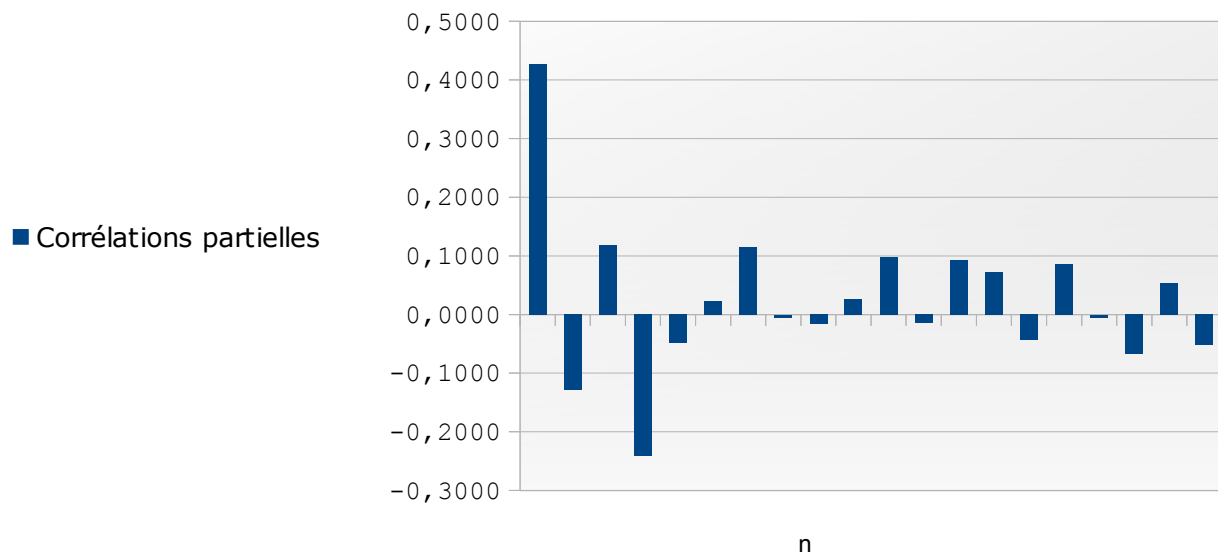
Visualisation des corrélations de Z_n :



ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 15 sur 18

Visualisations des corrélations partielles de Z_n :

Corrélations partielles de Z



Les premiers termes des corrélations partielles sont en décroissance exponentielle alternée, et les corrélations ont un pic en ρ_1 , ce qui est typique d'un processus $MA(1)$.

On a donc Z_n de la forme suivante :

$$Z = a \times \varepsilon_{(t-1)} + \varepsilon_{(t)}$$

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	Origine : Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 16 sur 18

On va déterminer a à partir de la formule suivante :

$$\rho_1 = \frac{a}{(1+a^2)} \approx 0,4274$$

On a donc :

$$\rho_1 \times a^2 - a + \rho_1 = 0$$

On calcule ensuite les racines du polynôme :

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times (\rho_1)^2 \approx 0,2694$$

Ce qui donne :

$$a_1 = \frac{(-b - \sqrt{\Delta})}{(2 \times a)} \approx 0,5626$$

$$a_2 = \frac{(-b + \sqrt{\Delta})}{(2 \times a)} \approx 1,7772$$

Z_n étant un processus $MA(1)$, on ne conserve que la racine avec une norme inférieure à 1, c'est-à-dire a_1 , pour obtenir un processus causal.

ISIMA	PRÉVISIONS ÉCONOMIQUES	<i>Origine :</i> Mathieu BRUNOT
Date : 15/04/2012	Mini projet	Page 17 sur 18

c) Modèle de prévisions : X

A partir des informations récupérées du processus Z_n , on va pouvoir mettre en place un modèle de prévisions.

Pour commencer, on utilise la formule suivante pour calculer ε dans la formule de Z_n :

$$\varepsilon = \sum (a^k \times Z_{(n-k)})$$

On calcule ensuite Z_n pour $n = 201$:

$$Z_{201} = a \times \varepsilon \approx 0,0102$$

Z_n est considéré nul pour tout $n \geq 201$.

Ensuite, on obtient un modèle de prévisions X_n en intégrant respectivement Z_n et Y_n selon les formules suivantes :

$$Y_n = Z_n + Y_{(n-3)}$$

$$X_n = Y_n + X_{(n-1)}$$

ii. Résultats

Données futures & prévisions						
n	x_n	Z_n	Y_n	X_n	$\Delta = x_n - X_n$	$100 \times \Delta / X_n$
201	306,1576	0,0102	-2,2394	305,5352	0,6224	0,2033
202	310,3222	0,0000	3,8062	309,3414	0,9808	0,3161
203	311,5232	0,0000	1,2067	310,5481	0,9751	0,3130
204	309,8076	0,0000	-2,2394	308,3087	1,4989	0,4838
205	313,8763	0,0000	3,8062	312,1149	1,7614	0,5612
206	314,9017	0,0000	1,2067	313,3216	1,5801	0,5018

On a donc un taux d'erreur d'environ 0,45%, ce qui est bien meilleur que le premier modèle.

Visualisation des données « futures » et des prévisions :

Visualisation des données futures et des prévisions

